

# Ranking - minimalizacja ryzyka wypukłego

**Wojciech Rejchel**

Wydział Matematyki i Informatyki  
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu  
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń  
e-mail: iggypop@mat.uni.torun.pl

Rozważamy problem regresji rangowej, w którym na podstawie pewnych cech obiektów chcemy przewidzieć (odgadnąć) nieznaną porządek między tymi obiektami. W wielu algorytmach wyjściową  $0 - 1$  funkcję straty zastępuje się jej wypukłym odpowiednikiem [1,2], co czyni te procedury obliczeniowo efektywnymi. Referat dotyczy własności reguł rangujących uzyskanych metodą minimalizacji wypukłego ryzyka empirycznego. Najczęściej mówi się o nich przy pomocy następujących nierówności probabilistycznych dotyczących wypukłego ryzyka  $A(f_n)$  reguły  $f_n$  : dla dowolnego  $\alpha \in (0, 1)$

$$P\left(A(f_n) \leq A_n(f_n) + \frac{C \ln \alpha^{-1}}{n^\beta}\right) \geq 1 - \alpha \quad (1)$$

lub względnego ryzyka

$$P\left(A(f_n) - A(f^*) \leq \frac{C \ln \alpha^{-1}}{n^\beta}\right) \geq 1 - \alpha, \quad (2)$$

gdzie  $C$  jest pewną stałą, a  $f^*$  najlepszą regułą rangującą w rozważanej klasie. W dotychczas znanych nierównościach typu (??) i (??) współczynnik  $\beta$  wynosił  $\frac{1}{2}$  [3]. Przy pewnych dodatkowych założeniach (niezbyt wymagających) pokazujemy, że powyższe ograniczenia mogą być ulepszone, mianowicie będą one rzędu  $\frac{1}{n}$ . Użyte przez nas narzędzia pochodzą z teorii procesów empirycznych, jak również  $U$ -procesów [4].

## Literatura

- [1] Freund Y., Iyer R., Schapire R. E., Singer Y., *An efficient boosting algorithm for combining preferences*, J. Machine Learning Research 4, pp.933-969, 2004
- [2] Niemiro W., Rejchel W., *Rank correlation estimators and their limiting distributions*, Stat. Papers 50, pp.887-893, 2009
- [3] Clemenon S., Lugosi S., Vayatis N., *Ranking and empirical minimization of  $U$ -statistics*, Ann. Statist. 36, pp.844-874, 2008
- [4] de la Pena V. H., Gine E., *Decoupling: from dependence to independence*, Springer-Verlag, New York, 1999