Porównanie p-wartości ilorazu wiarygodności oraz obiektywnych czynników Bayesa w modelach liniowych

Piotr Pokarowski

Instytut Informatyki
Uniwersytet Warszawski
e-mail: pokar@mimuw.edu.pl

Jan Mielniczuk

Instytut Podstaw Informatyki PAN i
Wydział, Matematyki i Nauk Informacyjnych PW
e-mail: miel@ipipan.waw.pl, miel@mini.pw.edu.pl

Obiektywne czynniki Bayesa B_{ij} są to czynniki Bayesa wykorzystujące *obiektywne* rozkłady a priori na przestrzeni parametrów modeli (objective, noninformative, reference priors). W ciągu ostatnich 30 lat zdefiniowano przynajmniej 5 rodzajów takich czynników dla modeli liniowych - wszystkie jednak mają podobną asymptotykę. Niech dany będzie pełny model liniowy $y = X\beta + \varepsilon$, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$, σ jest nieznana, X jest *regularnym* planem, M_0 jest podmodelem minimalnym (np. w zadaniu regresji M_0 jest złożony tylko ze stałej) oraz $M_j \supseteq M_0$ jest innym podmodelem. Zakładamy ponadto, że prawdziwy model jest podmodelem różnym od M_0. Wtedy

$$B_{j0} = c_k(r, p_0, p_j)e^S(1 + o(1)) \quad p.n. \qquad (*),$$

gdzie $r = 1 - RSS_j/RSS_0$, p_0, p_j są liczbami parametrów M_0 i M_j, n jest liczbą obserwacji, $c_k, k = 1, ..., 5$ są funkcjami zależnymi od rodzaju czynnika Bayesa i niezależnymi od n oraz $2S = -n\log(1 - r) - (p_j - p_0)\log(n)$ jest kryterium Schwarza.

Głównym wynikiem naszej pracy jest odpowiednik $(*)$ dla p-wartości ilorazu wiarygodności alternatywy M_j przy hipotezie zerowej M_0, czyli

$$\frac{1}{nP\{> r\}} = c_*(r, p_0, p_j)e^S(1 + o(1)) \quad p.n. \qquad (**)$$

Wykorzystując znane fakty dla kryterium Schwarza i czynników Bayesa pokazujemy, że selektor wybierający podmodel M_j o najmniejszej p-wartości ilorazu wiarygodności jest (mocno) zgodny. Przeprowadziliśmy ponadto numeryczne porównanie funkcji $c_k, k = 1, ..., 5$ oraz c_*, z ktorego wynika, że c_* jest medoidem w tym zbiorze dla naturalnej tutaj odległości Canberra.

Mamy nadzieję, że nasze wyniki są, przynajmniej w części, uzasadnieniem dla takiego wnioskowania statystycznego jakie uprawiał Ronald Fisher.