

Problem dwóch prób przy uporządkowanych alternatywach

Teresa Ledwina

Instytut Matematyczny PAN
Oddział Wrocław
ul. Kopernika 18
e-mail: ledwina@impan.pan.wroc.pl

Grzegorz Wyłupek

Instytut Matematyczny PAN
Oddział Wrocław
ul. Kopernika 18
e-mail: wylupek@impan.pan.wroc.pl

Niech F oznacza dystrybuantę rozkładu w grupie kontrolnej a G dystrybuantę w grupie zabiegowej. Zakładamy, że F i G są ciągłe. Popularnym nieparametrycznym opisem pozytywnego oddziaływania zabiegu jest relacja stochastycznego porządku : $F \geq G$. Rozważmy problem testowania

$$\mathcal{H} : \text{brak stochastycznego porządku } F \geq G,$$

przeciwno

$$\mathcal{A}_+ : F \geq G \text{ } F \neq G.$$

W literaturze brak testów dla tak sformułowanego problemu testowania. Klasyczne testy, takie jak test Wilcozona czy test Kołmogorowa-Smirnowa, są dostosowane jedynie do testowania $F \leq G$ przeciwko $F \geq G$, $F \neq G$. Użycie ich w problemie testowania \mathcal{H} prowadzi, w wielu sytuacjach, do błędu pierwszego rodzaju bliskiego lub równego 1.

Przedstawimy skonstruowane przez nas rozwiązanie powyższego problemu i omówimy pewne jego własności. Nowa statystyka testowa bazuje na estymowanych współczynnikach Fouriera γ_j , $j = 1, 2, \dots$ gęstości porównawczej w układzie rzutowanych, na stożek funkcji niemalejących, klasycznych funkcji Haara. W terminach współczynników $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots)$ rozważane hipotezy wyrażają się następująco : $\gamma \in \Gamma_+^c$ przeciwko $\gamma \in \Gamma_+$, gdzie

$$\Gamma_+ = \{ \gamma : \gamma_j \geq 0, j = 1, 2, \dots \text{ z ostrą nierównością dla pewnego } j \},$$

a \bullet^c oznacza dopełnienie zbioru \bullet . Statystyka testowa jest funkcją pewnej statystyki adaptacyjnej dla testowania $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = 0$ przy nieograniczonych alternatywach oraz statystyki, która kontroluje zachodzenie warunku $\gamma \in \Gamma_+$. Innymi słowy, nowy test sprawdza czy wektor estymowanych współczynników Fouriera jest istotnie różny od 0 i czy leży we właściwej części przestrzeni R^∞ . Pokazujemy, między innymi, że tak skonstruowany test jest asymptotycznie nieobciążony dla \mathcal{H} przy alternatywie \mathcal{A}_+ .