

Nierówności dla kwantyli rozkładu chi-kwadrat

Tadeusz Inglot

Instytut Matematyki i Informatyki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
e-mail: Tadeusz.Inglot@pwr.wroc.pl

Najbardziej znaną przybliżoną formułą dla kwantyli rozkładu chi-kwadrat jest wzór Wilsona-Hilferty'ego z 1931 roku postaci

$$u(\alpha, k) \approx k \left(1 - \frac{2}{9k} + z_\alpha \sqrt{\frac{2}{9k}} \right)^3,$$

gdzie z_α jest kwantylem rzędu $1 - \alpha$ standardowego rozkładu normalnego, a $u(\alpha, k)$ jest kwantylem rzędu $1 - \alpha$ rozkładu chi-kwadrat z k stopniami swobody.

W komunikacie zostaną przedstawione jawne, dokładne oszacowania z dołu i z góry na kwantyle $u(\alpha, k)$ dla niedużych α , w szczególności obejmujące przypadki $k \rightarrow \infty$ i $\alpha \rightarrow 0$. Zostały one otrzymane dzięki nowej nierówności dla ogonów rozkładu chi-kwadrat.

W literaturze można znaleźć niewiele prac na ten temat m.in. Laurent i Massart (2000), czy Brain i Mi (2001), ale uzyskane w nich oszacowania są dużo słabsze.

Znalezione oszacowania posłużą jako motywacja do zaproponowania nowej przybliżonej formuły na kwantyle $u(\alpha, k)$ podającej, w odróżnieniu od formuły Wilsona-Hilferty'ego, jawną zależność od parametrów α i k i równocześnie dającej, dla typowych wartości tych parametrów, błąd względny podobnej wielkości.