O pewnej reprezentacji rozkładów ważonych

Jarosław Bartoszewicz

Instytut Matematyczny
Uniwersytet Wrocławski
Pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław
e-mail: jarbar@math.uni.wroc.pl

Niech X będzie zmienna losowa o rozkładzie z dystrybuantą F, niech $w : R \to R^+$ będzie funkcją dla której $0 < E[w(X)] < \infty$. Rozkład o dystrybuancie

$$F_w(x) = \frac{1}{E[w(X)]} \int_{-\infty}^{x} w(u) dF(u)$$

nazywa się *rozkładem ważonym* związanym z F z *funkcją wagową* w. Zmienna losowa X_w o rozkładzie F_w nazywa się *ważoną wersją* zmiennej X.
Bartoszewicz i Skolimowska [2] udowodnili, że jeśli w jest rosnąca lewostronnie ciągła, to $F_w(x) = L_W(F(x))$ i jeśli w jest malejąca lewostronnie ciągła, to $F_w(x) = 1 - L_W(1 - F(x))$, gdzie L_W jest *krzywą Lorenza* zmiennej losowej $W = w(X)$. Błażej [3] uogólnił ten wynik i udowodnił, że dla dowolnej funkcji wagowej w, $F_w(x) = F^*(F(x))$, gdzie F^* jest pewną absolutnie ciągłą dystrybuantą na przedziale [0,1].
W komunikacie zostanie udowodnione następujące twierdzenie.

TWIERDZENIE. *Niech $w : R \to R^+$ będzie funkcją wagową postaci $w(x) = \phi(v(x))$, gdzie v jest ściśle monotoniczną lewostronnie ciągłą funkcją. Wówczas*

$$X_w =^{st} v^{-1}(V_\phi),$$

gdzie $V = v(X)$ i V_ϕ jest ważoną wersją zmiennej V z funkcją wagową ϕ.

Przedstawione zostanie zastosowanie tego twierdzenia do udowodnienia pewnych własności potęg zmiennej losowej o rozkładzie *gamma*. Inne zastosowania twierdzenia można znaleźć w pracy [1].

Literatura

[1] Bartoszewicz J., *On a representation of weighted distributions,* Statistics and Probability Letters Vol. 79, pp. 1690-1694, 2009

[2] Bartoszewicz J., Skolimowska M., *Preservation of classes of life distributions and stochastic orders under weighting,* Statistics and Probability Letters 76, pp. 587-596, 2006

[3] Błażej P., *Preservation of classes of life distributions under weighting with a general weight function,* Statistics and Probability Letters 78, pp. 3056-3061, 2008